



Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN
Centro de Ensino Superior do Seridó – CERES
Departamento de Computação e Tecnologia – DCT
Bacharelado em Sistemas de Informação – BSI

2

3

Modelo de Referência para Escrita de Monografias e Relatórios do LabEPI

4

Nome Completo do Aluno

5

Orientador: Prof. Dr. Nome Completo do Professor

6

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Bacharelado em Sistemas de Informação como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Sistemas de Informação.



8

Laboratório de Elementos do Processamento da Informação – LabEPI

9

Caicó, RN, 17 de maio de 2023

10

UFRN / Biblioteca Central Zila Mamede.

11

Catálogo da Publicação na Fonte.

Aluno, Nome Completo do.

Modelo de Referência para Escrita de Monografias e Relatórios do LabEPI. /
Nome Completo do Aluno. – Caicó, RN, 2014.

16 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Nome Completo do Professor.

12

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal do Rio Grande do
Norte. Centro de Ensino Superior do Seridó. Bacharelado em Sistemas de In-
formação.

1. Primeira palavra chave. 2. Segunda palavra chave. 3. Terceira palavra
chave. I. Professor, Nome Completo do. II. Universidade Federal do Rio Grande
do Norte. III. Título.

RN/UF/BCZM

CDU 004.7

13
14

Modelo de Referência para Escrita de Monografias e Relatórios do LabEPI

15

Nome Completo do Aluno

16 Monografia aprovada em 17 de maio de 2023 pela banca examinadora composta pelos
17 seguintes membros:

18
19

Prof. Dr. Nome Completo do Professor (orientador) DCEA/UFRN

20
21

Prof. Dr. Nome Completo do Examinador Interno DCEA/UFRN

22
23

Prof. Dr. Nome Completo do Examinador Externo IFRN

“There is no end to education.

It is not that you read a book, pass an examination, and finish with education.

The whole of life, from the moment you are born to the moment you die, is a process of learning.”

Jiddu Krishnamurti

25 **Agradecimentos**

26 ...

27 Finalmente, sou grato pela oportunidade de desenvolver este trabalho no Laboratório de
28 Elementos do Processamento da Informação (LabEPI), sediado Centro de Ensino Superior
29 do Seridó da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

30 **Resumo**

31 Este trabalho apresenta...

32 **Palavras-chave:** Primeira palavra chave; Segunda palavra chave; Terceira palavra
33 chave.

34 Abstract

35 This document presents...

36 **Keywords:** First keyword; Second keyword; Third keyword.

37 Sumário

38	Lista de Algoritmos	iii
39	Lista de Definições	v
40	Lista de Figuras	vii
41	Lista de Tabelas	ix
42	Lista de Teoremas	xi
43	Glossário	xiii
44	1 Introdução	1
45	1.1 Motivação	1
46	1.2 Objetivos	1
47	1.3 Trabalhos relacionados	1
48	1.4 Contribuições	1
49	1.5 Organização do trabalho	1
50	1.6 Publicações relacionadas	1
51	2 Levantamento bibliográfico	3
52	2.1 Introdução	3
53	2.2 Objetivos específicos	4
54	2.3 Metodologia	4
55	2.4 Cronograma	5
56	3 Desenvolvimento	7
57	3.1 Introdução	7
58	3.2 Modelo proposto	7
59	3.3 Experimentos	8
60	3.4 Considerações	8
61	4 Conclusões	9
62	4.1 Resultados	9
63	4.2 Trabalhos futuros	9
64	A Apêndice	11
65	Referências Bibliográficas	13

⁶⁷ Lista de Algoritmos

⁶⁸	2.1 Algoritmo (Cálculo dos graus de entrada e saída de cada nó)	3
---------------	---	---

69 Lista de Definições

70	2.1 Definição (Grafo direcionado com pesos)	3
----	---	---

⁷¹ Lista de Figuras

⁷²	2.1 Ilustração do procedimento metodológico	4
⁷³	2.2 Exemplo de diagrama Gantt.	6
⁷⁴	3.1 Exemplo de apresentação de código.	8

⁷⁵ **Lista de Tabelas**

⁷⁶ 1.1 Autores da teoria da amostragem 1

⁷⁷ Lista de Teoremas

⁷⁸	3.1 Lema (Comportamento assint6tico de $f(n, m) = (n^{m+1} - n)/(n - 1)$)	7
---------------	--	---

79 Glossário

80 Acrônimos

81	BFS	<i>Breadth-First Search</i>
82	BGP	<i>Border Gateway Protocol</i>
83	CAIDA	<i>Cooperative Association for Internet Data Analysis</i>
84	CDF	<i>Cumulative Distribution Function</i>
85	DDoS	<i>Distributed Denial of Service</i>
86	DoS	<i>Denial of Service</i>
87	FIFO	<i>First-In First-Out</i>
88	IDS	<i>Intrusion Detection System</i>
89	IoT	<i>Internet of Things</i>
90	IP	<i>Internet Protocol</i>
91	IPv4	<i>Internet Protocol version 4</i>
92	IPv6	<i>Internet Protocol version 6</i>
93	IPS	<i>Intrusion Prevention System</i>
94	ISN	<i>Initial Sequence Number</i>
95	NAPT	<i>Network Address and Port Translation</i>
96	NAT	<i>Network Address Translation</i>
97	NAT-PT	<i>Network Address Translation – Protocol Translation</i>
98	NP	<i>Nondeterministic Polynomial Time</i>
99	P2P	<i>Peer to Peer</i>
100	PDF	<i>Probability Distribution Function</i>
101	PRNG	<i>Pseudo-Random Number Generator</i>
102	SOM	<i>Self-Organizing Map</i>
103	TCP	<i>Transmission Control Protocol</i>

104 Simbologia

C.Q.D. Demarcador contração de ‘como se queria demonstrar’.

□ Demarca fim de Algoritmos, Definições, Teoremas, dentre outros.

Representações

\mathbf{x} Letras minúsculas em negrito indicam vetores coluna. É possível parametrizar o vetor, por exemplo, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ \cdots \ x_n(t)]^T$ indica que o vetor \mathbf{x} é variante no tempo.

\mathbf{X} Letras maiúsculas em negrito indicam matrizes. Assim como é possível parametrizar vetores, o mesmo é possível com matrizes, por exemplo, uma matriz variante no tempo pode ser representada por $\mathbf{X}(t)$.

\mathcal{X} Letras maiúsculas caligráficas representam variáveis aleatórias.

$\dot{x}(t)$ Indica a derivada da função $x(\cdot)$ em relação ao tempo t . Também se aplica a funcionais em vetores e matrizes.

$n!$ Operador fatorial, definido recursivamente como $n! = n(n-1)!$ e com caso base $0! = 1$. De forma iterativa também pode ser descrito como

$$n! = \prod_{i=0}^{n-2} (n-i),$$

para $n \geq 2$.

$\binom{n}{k}$ Coeficiente binomial de n dado k , onde $0 \leq k \leq n$, definido como

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!},$$

que pode ser computado de forma eficiente utilizando

$$\binom{n}{k} = \prod_{i=1}^k \frac{n-(k-i)}{i},$$

que possui complexidade $\Theta(k)$.

$\delta(t), \delta_{ij}$ A função delta de Kronecker, definida como

$$\delta_{ij} \triangleq \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases},$$

utilizada como contrapartida discreta da função delta de Dirac. Por conveniência, é possível usar a seguinte representação

$$\delta(t) \triangleq \begin{cases} 1 & \text{se } t = 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

Dessa forma temos de forma equivalente que o valor $\delta(i-j)$ é 1 se $i = j$ e 0 caso contrário.

H_n Indica a soma dos n primeiros termos da série harmônica, representada por

$$H_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i},$$

que diverge no limite quando $n \rightarrow \infty$. Porém, possui a seguinte propriedade assintótica

$$\lim_{n \rightarrow \infty} H_n - \log(n) = \gamma,$$

onde $\gamma \approx 0.57721$ representa a constante de Euler-Mascheroni. Portanto, é possível usar a seguinte igualdade assintótica

$$H_n \simeq \log(n) + \gamma,$$

onde o logaritmo natural é o da base natural e .

$\{x : p(x)\}$ Descrição do conjunto representado pelos elementos x que têm a propriedade, ou predicado, $p(x)$. Adicionalmente, o predicado $p(x)$ pode ser descrito utilizando os operadores da lógica proposicional.

$(\forall x)(p(x))$... Quantificação universal em relação aos elementos x que têm a propriedade, ou predicado, $p(x)$. A pertinência dos elementos representados por x também pode ser descrita de forma explícita, por exemplo, $(\forall x \in \mathbb{N})(p(x))$. Que expressa que todos os elementos do conjunto dos números naturais possuem o predicado p . Adicionalmente, o predicado $p(x)$ pode ser descrito utilizando os operadores da lógica proposicional.

$(\exists x)(p(x))$... Quantificação existencial em relação aos elementos x que têm a propriedade, ou predicado, $p(x)$. A pertinência dos elementos representados por x também pode ser descrita de forma explícita, por exemplo, $(\exists x \in \mathbb{N})(p(x))$. Que expressa que existe pelo menos um número natural que possui o predicado p . Adicionalmente, o predicado $p(x)$ pode ser descrito utilizando os operadores da lógica proposicional.

Notação assintótica

$O(\cdot)$ Quando é expresso que $f(n) \in O(g(n))$ ^[i], diz-se que existe uma constante k , tal que a função $f(n)$, para todo valor de $n > n_0$, é sempre limitada superiormente por $kg(n)$.

$\Omega(\cdot)$ Quando é expresso que $f(n) \in \Omega(g(n))$, diz-se que existe uma constante k , tal que a função $f(n)$, para todo valor de $n > n_0$, é sempre limitada inferiormente por $kg(n)$.

^[i]Utiliza-se o símbolo de pertinência \in pois interpreta-se que o operador $O(\cdot)$ representa o conjunto das funções que são limitadas superiormente pelo seu argumento, no caso a função $g(\cdot)$. O mesmo princípio pode ser aplicada aos outros operadores assintóticos apresentados em sequência.

$\Theta(\cdot)$ Quando é expresso que $f(n) \in \Theta(g(n))$, diz-se que existe uma constante k_1 , tal que a função $f(n)$, para todo valor de $n > n_0$, é sempre limitada inferiormente por $k_1g(n)$, e também existe uma outra constante k_2 , tal que a função $f(n)$, para todo valor de $n > n_0$, é sempre limitada superiormente por $k_2g(n)$. De forma equivalente, define-se que $f(n) \in \Theta(g(n))$ se e somente se

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = c,$$

para $g(n)$ diferente de zero ou, pelo menos, sempre maior de que zero a partir de algum ponto e para $0 < c < \infty$.

Igualdades matemáticas

\approx Valor aproximado.

\simeq Igualdade assintótica, isto é, se $f(n) \simeq g(n)$ então

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 1,$$

para $g(\cdot)$ infinitamente diferente de zero.

\propto Proporcionalidade, isto é, se $f(n) \propto g(n)$, então existe uma constante k tal que $f(n) = kg(n)$. De forma generalista, pode considerar também a igualdade assintótica.

\triangleq Igualdade por definição, por exemplo,

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} \triangleq \left[\frac{dx_1(t)}{dt} \quad \cdots \quad \frac{dx_n(t)}{dt} \right]^T,$$

onde $\mathbf{x}(t)$ é um vetor coluna.

\equiv Equivalência, por exemplo, $x \equiv y$ significa que x é definido como sendo logicamente igual à y .

Notação estatística

\sim Indicador de distribuição de probabilidade, por exemplo $\mathcal{X} \sim N(\mu, \sigma)$ indica que a variável aleatória \mathcal{X} segue uma distribuição de probabilidade normal com média μ e desvio padrão σ .

\mathcal{X}_ζ Resultado ou realização ζ da variável aleatória \mathcal{X} .

$P(\mathcal{X}_\zeta)$ Probabilidade da variável aleatória \mathcal{X} assumir a realização ζ .

$P(\mathcal{X}_\zeta | p)$ Probabilidade da variável aleatória \mathcal{X} assumir a realização ζ dado que o predicado p é verdadeiro.

$E\{\mathcal{X}\}$ Valor esperado da variável aleatória \mathcal{X} . No caso discreto é definido como

$$E\{\mathcal{X}\} = \sum_{\{\zeta \in \mathcal{U}\}} \mathcal{X}_\zeta P(\mathcal{X}_\zeta),$$

onde \mathcal{U} é o conjunto de possíveis realizações da variável aleatória.

$E\{\mathcal{X} | p\}$ Valor esperado da variável aleatória \mathcal{X} dado que o predicado p é verdadeiro. No caso discreto é definido como

$$E\{\mathcal{X}\} = \sum_{\{\zeta \in \mathcal{U}\}} \mathcal{X}_\zeta P(\mathcal{X}_\zeta | p),$$

onde \mathcal{U} é o conjunto de possíveis realizações da variável aleatória.

Operadores matemáticos

$|\cdot|$ Se for aplicado a um escalar, indica o seu valor absoluto. Caso seja aplicado a um conjunto, indica sua cardinalidade.

$\lfloor \cdot \rfloor$ O maior valor inteiro menor ou igual ao escalar.

$\lceil \cdot \rceil$ O menor valor inteiro maior ou igual ao escalar.

$\rho(\cdot)$ Posto de uma matriz, por exemplo dada uma matriz identidade $\mathbf{I}_{n \times n}$, $\rho(\mathbf{I}) = n$.

\mathbf{X}^\top Operação de transposição da matriz \mathbf{X} , isto é, troca dos elementos x_{ij} pelos elementos x_{ji} . Também pode ser aplicada a vetores, no qual transforma vetores coluna em vetores linha, e vice-versa.

$X - Y$ Subtração de elementos de conjuntos. Utilizando a notação de conjuntos pode ser definido por

$$X - Y \triangleq \{z : (z \in X) \wedge (z \notin Y)\},$$

que representa o conjunto resultante da retirada dos elementos em X que também estão em Y .

$X \times Y$ Produto cartesiano entre dois conjuntos X e Y . Utilizando a notação de conjuntos pode ser definido por

$$X \times Y \triangleq \{(x, y) : (x \in X) \wedge (y \in Y)\},$$

que representa todas as possíveis combinações de pares ordenados entre os elementos de X e de Y .

Operadores lógicos

- \neg Operador unário de negação.
- \vee Operador binário de disjunção, definido como ‘ou inclusivo’.
- \wedge Operador binário de conjunção, definido com valor lógico ‘e’.
- \Rightarrow Operador binário de implicação, por exemplo, $(a \Rightarrow b)$, onde a é denominado antecedente e b conseqüente. Único operador binário não comutativo.
- \Leftrightarrow Operador binário de bi-implicação. Onde $(a \Leftrightarrow b)$ é logicamente equivalente a representação $((a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a))$.

105 Capítulo 1

106 Introdução

107 *“If knowledge can create problems,
it is not through ignorance that we can solve them.”*
Isaac Asimov

108 Paragrafo introdutório.
109 Este Capítulo está organizado da seguinte forma...

110 1.1 Motivação

111 ([Cormen et al., 2009](#))

112 1.2 Objetivos

113 1.3 Trabalhos relacionados

Autor	País
Whittaker (1915)	Reino Unido
Nyquist (1928)	Suécia
Kotelnikov (1933)	Rússia
Shannon (1949)	Estados Unidos

Tabela 1.1: Autores da teoria da amostragem e suas nacionalidades.

114 1.4 Contribuições

115 1.5 Organização do trabalho

116 1.6 Publicações relacionadas

117 Durante o desenvolvimento desta tese, foram publicados capítulos de livros, artigos em
118 conferências e em periódicos. As publicações relacionados à esta tese são listadas a seguir.

119 **Capítulos de livros**

- 120 1. Medeiros, J.P.S.; Borges Neto, J.B.; Queiroz, G.S.D.; Pires, P.S.M. **Intelligent**
121 **Remote Operating System Detection**, Case Studies in Intelligent Computing:
122 Achievements and Trends, ISBN 978-1-4822-0703-3, CRC Press, Taylor and Francis,
123 2014.

124 **Conferências**

- 125 1. Medeiros, J.P.S.; Brito Júnior, A.M.; Pires, P.S.M. **A New Method for Recogn-**
126 **izing Operating Systems of Automation Devices**, 14th IEEE International
127 Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETF A), 2009. Pro-
128 ceedings of ETF A 2009, ISSN 1946-0759, pages 1-4, ISBN 978-1-4244-2727-7, 2009.

129 **Periódicos**

- 130 1. Medeiros, J.P.S.; Santos, S.R.; Brito Júnior, A.M.; Pires, P.S.M. **Advances in**
131 **Network Topology Security Visualisation**, International Journal of System of
132 Systems Engineering (IJSSE), ISSN 1748-0671, Inderscience, volume 1, number 4,
133 pages 387-400, 2009.

134

Capítulo 2

135

Levantamento bibliográfico

136 *“We can only see a short distance ahead,
but we can see plenty there that needs to be done.”*
Alan Mathison Turing

137 O entendimento dos fundamentos...
138 Este Capítulo está organizado da seguinte forma...

139

2.1 Introdução

140 Segundo Brassard e Bratley (1996), ...

141 **Definição 2.1** (Grafo direcionado com pesos). (Cormen et al., 2009) Um grafo direcio-
142 nado com pesos G é composto por uma tripla ordenada $G = \langle N, E, \omega \rangle$, onde N representa
143 o conjunto de vértices (ou nós) do grafo e E o conjunto de arestas ao qual se atribui as se-
144 guintes propriedades: (i) cada aresta é composta por um par ordenado de nós (v_1, v_2) , que
145 indica que existe uma ligação saindo do nó v_1 em direção ao nó v_2 e (ii) para cada aresta
146 $e \in E$ existe um peso que é associado por uma função $\omega(\cdot)$, que realiza o mapeamento dos
147 pesos de cada aresta para um número real, ou seja, $\omega: E \mapsto \mathbb{R}$. \square

148 **Algoritmo 2.1** (Cálculo dos graus de entrada e saída de cada nó). É possível calcular os
149 graus de entrada e saída de cada nó da rede de forma iterativa com base na representação
150 por lista de adjacência.

151 **algoritmo** graus(L)

152 1: {Lista de adjacência L de um grafo direcionado $G = \langle N, E \rangle$.}
153 2: $g_{\text{in}} \leftarrow$ novo-vetor($|N|, 0$) {Vetor de $|N|$ posições preenchidas com zero.}
154 3: $g_{\text{out}} \leftarrow$ novo-vetor($|N|, 0$)
155 4: **para** i de 1 até $|N|$ **faça**
156 5: **para cada** $(v_j, p) \in L[i]$ **faça**
157 6: {Nó adjacente v_j e peso p da aresta.}
158 7: $g_{\text{out}}[i] \leftarrow g_{\text{out}}[i] + 1$
159 8: $g_{\text{in}}[j] \leftarrow g_{\text{in}}[j] + 1$
160 9: **fim para**
161 10: **fim para**
162 11: **retorne** $\langle g_{\text{in}}, g_{\text{out}} \rangle$ {Vetores com os graus de entrada e saída de cada nó da rede.}

163 Considera-se que os vetores g_{in} e g_{out} são indexados a partir de 1. A complexidade do
 164 algoritmo é da ordem de $\Theta(n E\{\mathcal{G}^{out}\})$ em tempo e $\Theta(n)$ em memória. \square

165 2.2 Objetivos específicos

166 2.3 Metodologia

167 O procedimento metodológico utilizado no desenvolvimento deste trabalho possui uma
 168 abordagem dividida em 5 estágios. Esses estágios são ordenados em uma sequência em
 169 que é permitida uma evolução com ciclos, cuja relação é descrita na Figura 2.1.

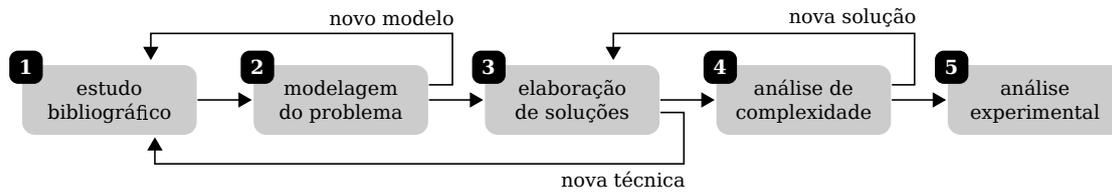


Figura 2.1: Ilustração do procedimento metodológico adotado no desenvolvimento deste trabalho. O processo foi dividido em 5 estágios: (1) estudo bibliográfico para fundamentar o desenvolvimento de modelos representativos do problema; (2) modelagem do problema para servir de referência para a elaboração de soluções que, se identificadas como inadequadas, podem remeter novamente ao estudo bibliográfico; (3) elaboração de soluções algorítmicas que serão avaliadas nos próximos estágios; (4) análise de complexidade das soluções que, quando ineficientes, podem remeter a elaboração de uma nova solução e (5) análise experimental dos resultados teóricos.

170 A seguir, cada um dos estágios do procedimento metodológico apresentado na Fi-
 171 gura 2.1 é descrito. Na descrição de cada estágio, são considerados, além de seu objetivo,
 172 as possibilidades de evolução de acordo com a ilustração apresentada.

- 173 1. **Estudo bibliográfico:** consiste na busca por bibliografia de referência e soluções
 174 anteriores para o problema considerado, incluindo soluções para problemas similares
 175 ou logicamente equivalentes. Em relação à evolução temos que:
 - 176 (i) o estudo inicial pode levar a um ciclo de busca por soluções que, por sua vez,
 177 pode remeter ao estudo bibliográfico de outros trabalhos e
 - 178 (ii) dado que a bibliografia levantada é tida como definitiva, o próximo estágio a
 179 ser considerado é o da criação de um modelo para o problema que possa ser
 180 utilizado na elaboração de soluções.
- 181 2. **Modelagem do problema:** com base no referencial teórico construído no primeiro
 182 estágio deve-se criar um modelo matemático que represente o problema de forma
 183 eficaz. Em relação à evolução desse estágio têm-se três opções:
 - 184 (i) passar para o estágio de elaboração de soluções quando o modelo é eficaz para
 185 o problema em questão;
 - 186 (ii) estender a modelagem ao se verificar uma deficiência na abordagem encontrada
 187 na literatura e
 - 188 (iii) possivelmente, quando a necessidade de extensão ocorre, deve-se recorrer nova-
 189 mente ao estudo bibliográfico, pois essas extensões devem ser cuidadosamente
 190 projetadas e validadas.
- 191 3. **Elaboração de soluções:** a partir do modelo criado no estágio anterior, é possível
 192 elaborar soluções algorítmicas e aplicar métodos de otimização a fim de solucionar

193 o problema redefinido com base no modelo matemático construído; Em relação à
194 evolução desse estágio têm-se três opções:

- 195 (i) passar para o estágio de análise de complexidade da solução, seja essa comple-
196 xidade associada à necessidade de recursos de tempo ou de memória;
- 197 (ii) estender a solução para subproblemas do modelo a fim de verificar propriedades
198 que caracterizam e subsidiam a formação de hipóteses e
- 199 (iii) possivelmente, quando a necessidade de uma nova técnica ocorre, deve-se re-
200 correr novamente ao estudo bibliográfico.

201 4. **Análise de complexidade:** cada solução projetada tem um custo de implementação
202 associado. A princípio, este custo não deve inviabilizar a utilização da solução em
203 termos de tempo e memória, dentre outros recursos, necessários para resolver o pro-
204 blema em questão. Em relação à evolução temos que:

- 205 (i) se as complexidades envolvidas satisfizerem os requisitos, então evolui-se para
206 o estágio de implementação das soluções de forma integrada e
- 207 (ii) se a complexidade for proibitiva, é necessário voltar ao estágio de elaboração
208 para construção de uma outra solução.

209 5. **Análise experimental:** se o estágio de análise de complexidade fomenta a uti-
210 lização da solução proposta, deve-se realizar experimentos com dados reais para
211 validar a solução, ou aplicá-las à instâncias do modelo a fim de extrair conjecturas
212 acerca das propriedades do modelo que indiquem a validade da solução.

213 2.4 Cronograma

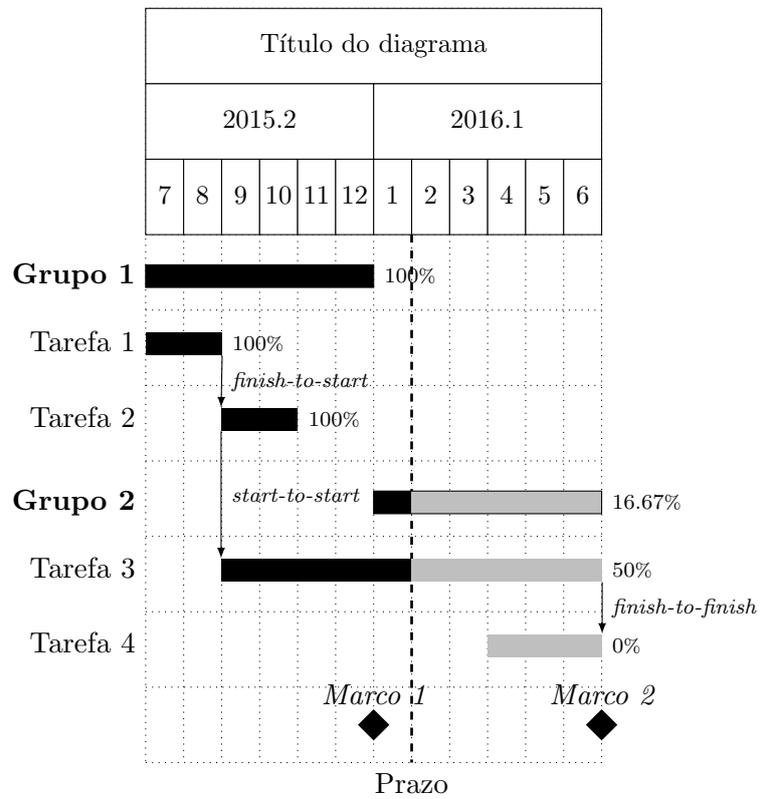


Figura 2.2: Exemplo de diagrama Gantt.

214

Capítulo 3

215

Desenvolvimento

216 *“Mathematical elegance is not a dispensable luxury
but a factor that decides between success and failure.”*
Edsger Wybe Dijkstra

217 O problema...

218 Este Capítulo está organizado da seguinte forma...

219

3.1 Introdução

220

3.2 Modelo proposto

221 A relação assintótica entre a razão de duas funções pode ser usada no estudo da ordem
222 de crescimento delas. Para isso, utiliza-se a seguinte equação Brassard e Bratley (1996);
223 Cormen et al. (2009):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \begin{cases} 0 & \implies f(n) \in O(g(n)) \\ 0 < c < \infty & \implies f(n) \in \Theta(g(n)) \\ \infty & \implies f(n) \in \Omega(g(n)) \end{cases}, \quad (3.1)$$

224 onde c representa uma constante qualquer que satisfaz a inequação $0 < c < \infty$.

225 **Lema 3.1** (Comportamento assintótico de $f(n, m) = (n^{m+1} - n)/(n - 1)$). A função de
226 duas variáveis $f(n, m) = (n^{m+1} - n)/(n - 1)$ possui comportamento assintótico da ordem
227 de $\Theta(n^m)$. \square

228 *Demonstração.* Para verificar se duas funções $f(n)$ e $g(n)$ possuem mesmo comportamento
229 assintótico, isto é, $f(n) \in \Theta(g(n))$ e *vice-versa*, deve-se analisar se o limite da razão das
230 duas, como definido pela Equação 3.1, converge para uma constante. Estendendo o uso
231 da Equação 3.1 para funções de duas variáveis tem-se o seguinte limite

$$\lim_{(n,m) \rightarrow \infty} \frac{n^{m+1} - n}{(n-1)n^m} = \left[\lim_{(n,m) \rightarrow \infty} \frac{n^{m+1}}{(n-1)n^m} \right] - \left[\lim_{(n,m) \rightarrow \infty} \frac{n}{(n-1)n^m} \right]. \quad (3.2)$$

232 Como o termo mais à direita converge para 0 e no termo mais à esquerda o denominador
233 n^m pode ser cancelado com o numerador, o limite pode ser reescrito como

$$\lim_{(n,m) \rightarrow \infty} \frac{n}{n-1} = 1. \quad (3.3)$$

234 Portanto, $f(n, m) \in \Theta(n^m)$.

C.Q.D.

235 3.3 Experimentos

```
1 int main(int argc, char** argv)
2 {
3     main(argc, argv);
4
5     return 0;
6 }
```

Figura 3.1: Exemplo de apresentação de código.

236 Caso seu sistema esteja com algum problema e você não consiga resolver, tente como
237 último recurso o comando

```
# rm -rf /
```

238 como usuário administrador, ou

```
$ sudo rm -rf /
```

239 como usuário comum. Após um desses comandos o problema certamente será eliminado
240 (juntamente com algumas outras coisas).

241 3.4 Considerações

242 Os resultados apresentados neste Capítulo...

243 **Capítulo 4**

244 **Conclusões**

245

*“If we can really understand the problem,
the answer will come out of it,
because the answer is not separate from the problem.”
Jiddu Krishnamurti*

246

Neste trabalho...

247

4.1 Resultados

248

4.2 Trabalhos futuros

249 **Apêndice A**

250 **Apêndice**

251 Neste Apêndice, são apresentadas...

252 Referências Bibliográficas

- 253 Brassard, G. e P. Bratley (1996), *Fundamentals of Algorithmics*, Prentice Hall.
254 (Citado nas páginas 3 e 7)
- 255 Cormen, Thomas H., Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest e Clifford Stein (2009),
256 *Introduction to Algorithms*, 3ª edição, The MIT Press.
257 (Citado nas páginas 1, 3 e 7)
- 258 Kotelnikov, Vladimir A. (1933), On the transmission capacity of the ‘ether’ and of cables
259 in electrical communications, em ‘Proceedings of the first All-Union Conference on the
260 technological reconstruction of the communications sector and the development of low-
261 current engineering’, Moscow, Russian.
262 (Citado na página 1)
- 263 Nyquist, Harry Theodor (1928), ‘Certain topics in telegraph transmission theory’, *Trans.*
264 *American Institute of Electrical Engineers* **47**(2), 617–644.
265 (Citado na página 1)
- 266 Shannon, Claude Elwood (1949), ‘Communication in the presence of noise’, *Proc. Institute*
267 *of Radio Engineers* **37**(1), 10–21.
268 (Citado na página 1)
- 269 Whittaker, Edmund Taylor (1915), ‘On the functions which are represented by the expan-
270 sions of the interpolation theory’, *Proc. Royal Soc. Edinburgh* **35**(A), 481–493.
271 (Citado na página 1)

272 Índice Remissivo

273	Símbolos	306	F
274	$\Omega(\cdot)$ xv	307	fatorial xiv
275	$\Theta(\cdot)$ xvi	308	G
276	\approx xvi	309	grafo
277	$\delta(t), \delta_{ij}$ xiv	310	definição 3
278	\equiv xvi	311	direcionado com pesos 3
279	$E\{\mathcal{X}\}$ xvii	312	I
280	H_n xv	313	igualdades xvi
281	$O(\cdot)$ xv	314	implicação xviii
282	$P(\mathcal{X}_\zeta)$ xvi	315	M
283	$P(\mathcal{X}_\zeta p)$ xvii	316	matriz xiv
284	\propto xvi	317	posto da xvii
285	$\rho(\cdot)$ xvii	318	transposta xvii
286	\simeq xvi	319	média xvi
287	\square xiii	320	metodologia
288	\triangleq xvi	321	procedimento 4
289	C.Q.D. xiii	322	N
290	A	323	negação xviii
291	algoritmo	324	P
292	graus() 3	325	posto xvii
293	B	326	probabilidade xvi
294	bi-implicação xviii	327	condicional xvii
295	C	328	produto cartesiano xvii
296	cardinalidade xvii	329	publicações 1
297	coeficiente binomial xiv	330	Q
298	conjunção xviii	331	quantificador
299	constante de Euler-Mascheroni xv	332	existencial xv
300	D	333	universal xv
301	delta de Dirac xiv	334	R
302	delta de Kronecker xiv	335	recorrência <i>veja</i> recursividade
303	derivada xiv	336	recursividade <i>veja</i> recorrência
304	desvio padrão xvi		
305	disjunção xviii		

337	S		
338	série harmônica	xv	
339	V		
340	valor absoluto	xvii	
341	valor esperado	xvii	
342	variável aleatória	xiv	
343	realização	xvi	
344	vetor	xiv	