

34. Frequenzabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit

Verwenden Sie die Gleichung $m\left(\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau}\right) = -eE$ für die Driftgeschwindigkeit v der Elektronen um zu zeigen, dass die Leitfähigkeit bei der Frequenz ω gleich

$$\sigma(\omega) = \sigma(0) \left(\frac{1 + i\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \right)$$

ist, wobei $\sigma(0) = ne^2\tau/m$.

Hinweis: Verwenden Sie $v = e^{-i\omega t}$

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -i\omega \cdot v \\ m\left(-i\omega \cdot v + \frac{v}{\tau}\right) &= -eE \\ \Leftrightarrow v &= \frac{-eE/m}{-i\omega + \frac{1}{\tau}} = \tau \frac{-eE/m}{-i\omega\tau + 1} \stackrel{\text{c.c.}}{=} \tau \frac{-eE/m}{(\omega\tau)^2 + 1} (i\omega\tau + 1) \\ j &= -nev \quad \sigma = \frac{j}{E} \\ \Rightarrow \sigma(\omega) &= \underbrace{\frac{-ne}{E} \tau (-eE/m)}_{=ne^2\tau/m=\sigma(0)} \frac{1 + i\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \end{aligned}$$

35. Spezifische Wärme von Metallen

Bei Metallen gibt es einen Gitterbeitrag und einen elektronischen Beitrag zur spezifischen Wärme. Berechnen Sie beide Beiträge für Kupfer für die Temperaturbereiche $T \ll \Theta$ und $T \gg \Theta$ (Θ Debye-Temperatur). Nehmen Sie hierzu an, dass die in der Vorlesung abgeleiteten Formeln für die Debye-Näherung den Gitteranteil beschreiben und die im Modell freier Elektronen abgeleiteten Formeln den elektronischen Anteil richtig beschreiben. Die atomare Konzentration von Kupfer ist $n = 8,45 \cdot 10^{22}/\text{cm}^3$. Ein Elektron pro Atom trägt zum Elektronengas bei. $\Theta_{\text{Cu}} = 343 \text{ K}$, $T_{\text{F,Cu}} = 8,16 \cdot 10^4 \text{ K}$. Für welche Temperaturen sind der Gitteranteil und der elektronische Anteil von C_V gleich gross? Ist dieser Wert für $T \gg \Theta$ sinnvoll?

- Gitteranteil

$$\begin{aligned} T \gg \Theta: \quad C_{V,\text{Gitter}} &= 3nk_B = 3,5 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3 \text{K}} \\ T \ll \Theta: \quad C_{V,\text{Gitter}} &= 3nk_B \frac{4\pi^4}{5} \left(\frac{T}{\Theta}\right)^3 = 3,5 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3 \text{K}} \cdot 77,93 \left(\frac{T}{343 \text{ K}}\right)^3 \end{aligned}$$

- elektronischer Anteil

$$\begin{aligned} C_{V,e} &= \frac{\pi^2}{2} k_B n \frac{T}{T_{\text{F,Cu}}} = 5,75 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3 \text{K}} \cdot \left(\frac{T}{8,16 \cdot 10^4 \text{ K}}\right) \\ \Rightarrow C_V(T \gg \Theta) &= 3,5 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3 \text{K}} + 5,75 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3 \text{K}} \cdot \left(\frac{T}{8,16 \cdot 10^4 \text{ K}}\right) \\ \Rightarrow C_V(T \ll \Theta) &= 5,75 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3 \text{K}} \cdot \left(\frac{T}{8,16 \cdot 10^4 \text{ K}}\right) + 5,75 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3 \text{K}} \cdot \left(\frac{T}{8,16 \cdot 10^4 \text{ K}}\right) \\ T \gg \Theta \quad 3,5 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3 \text{K}} &\stackrel{!}{=} 5,75 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3 \text{K}} \cdot \left(\frac{T}{8,16 \cdot 10^4 \text{ K}}\right) \\ \Rightarrow T &= 5,0 \cdot 10^4 \text{ K} \\ T \ll \Theta \quad 3,5 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3 \text{K}} \cdot 77,93 \left(\frac{T}{343 \text{ K}}\right)^3 &\stackrel{!}{=} 5,75 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3 \text{K}} \cdot \left(\frac{T}{8,16 \cdot 10^4 \text{ K}}\right) \\ \Rightarrow T^2 &= 10,43 \text{ K}^2 \Leftrightarrow T = 3,23 \text{ K} \end{aligned}$$

36. Photoemissionsspektren

Für ein eindimensionales freies Elektronengas ergibt sich nachstehende Dispersion $E(k)$ (Abb. 1), wenn der unterste „gebundene“ Zustand 9 eV unterhalb der Fermikante E_F liegt. Nehmen Sie an, dass in einem Photoemissions-Experiment in senkrechter Emission bei den angegebenen Photonenenergien $h\nu$ nachstehende Spektren gemessen wurden. Bestimmen Sie graphisch den Verlauf $E_i(k)$ der (beiden) besetzten Bänder relativ zu E_f (d.h. $E_i < 0$) unter der Annahme, dass die Endzustände $E_f(k)$ in ihrer Dispersion der gezeichneten Form freier Elektronen folgen.

Hinweis: $E_f(k) = E_i(k) + h\nu$, wobei E_i der Bindungsenergie relativ zur Fermikante entspricht.

$h\nu$	36 eV	24 eV	18 eV	9 eV	6 eV
1. E_i	-8	-6	-5	-3,5	-3
2. E_i	-0,25	-0,5	-1	-2	-2,5
1. E_f	28	18	13	5,5	3
2. E_f	35	23,5	17	7	3,5

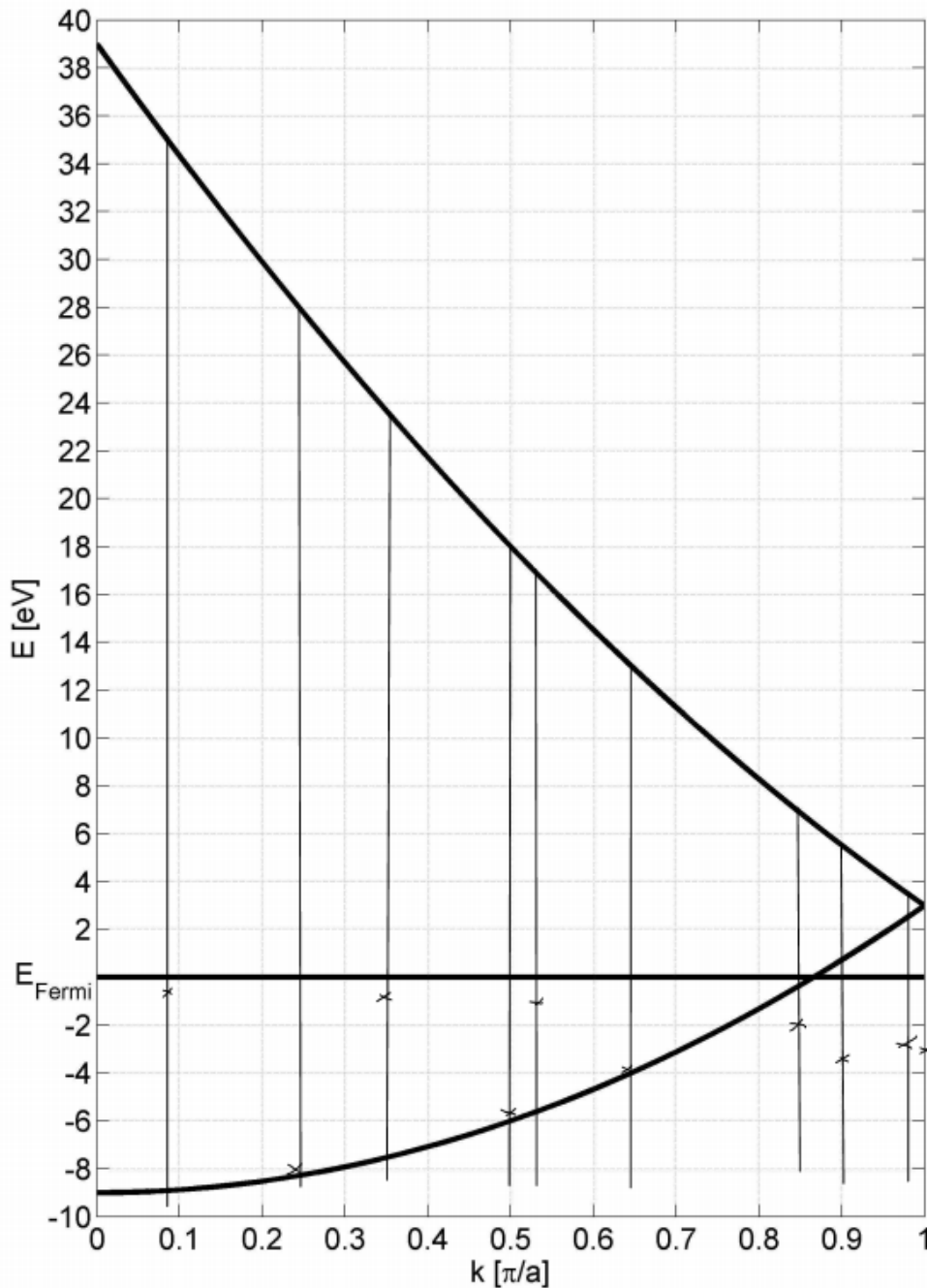


Abbildung 1: Dispersionrelation